

Adam Ries und die Rinder des Helios

63. Berliner Landesolympiade

Mathematikolympiaden in Berlin e.V.

<https://mathematikolympiaden-berlin.de>

Der Verein „Mathematikolympiaden in Berlin e.V.“ wurde im März 1995 gegründet.

Die Olympiade wird an der Heinrich-Hertz-Oberschule, dem Lessing- und dem Eckener-Gymnasium ausgerichtet.

Wir danken diesen Schulen, den Lehrerinnen und Lehrern, die die Besten der schulischen Wettbewerbe zum Landeswettbewerb schicken und den vielen Korrektoren und Helfern, die dafür sorgen, dass am Sonntag nach der Olympiade alle Schülerinnen und Schüler ihre Arbeit in die Hand bekommen.

Wir benötigen dazu auch Ihre Hilfe und freuen uns über alle neuen Unterstützer.

Unsere Korrektoren haben es schwer

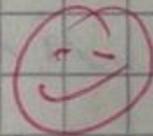
der Zahl ist. Diese
BRUNNEN als z bezeichn
BRUNNEN sind.)
BRUNNEN dies
BRUNNEN darfst allen können
BRUNNEN 6 bezeichnen.
BRUNNEN (1000
BRUNNEN warum

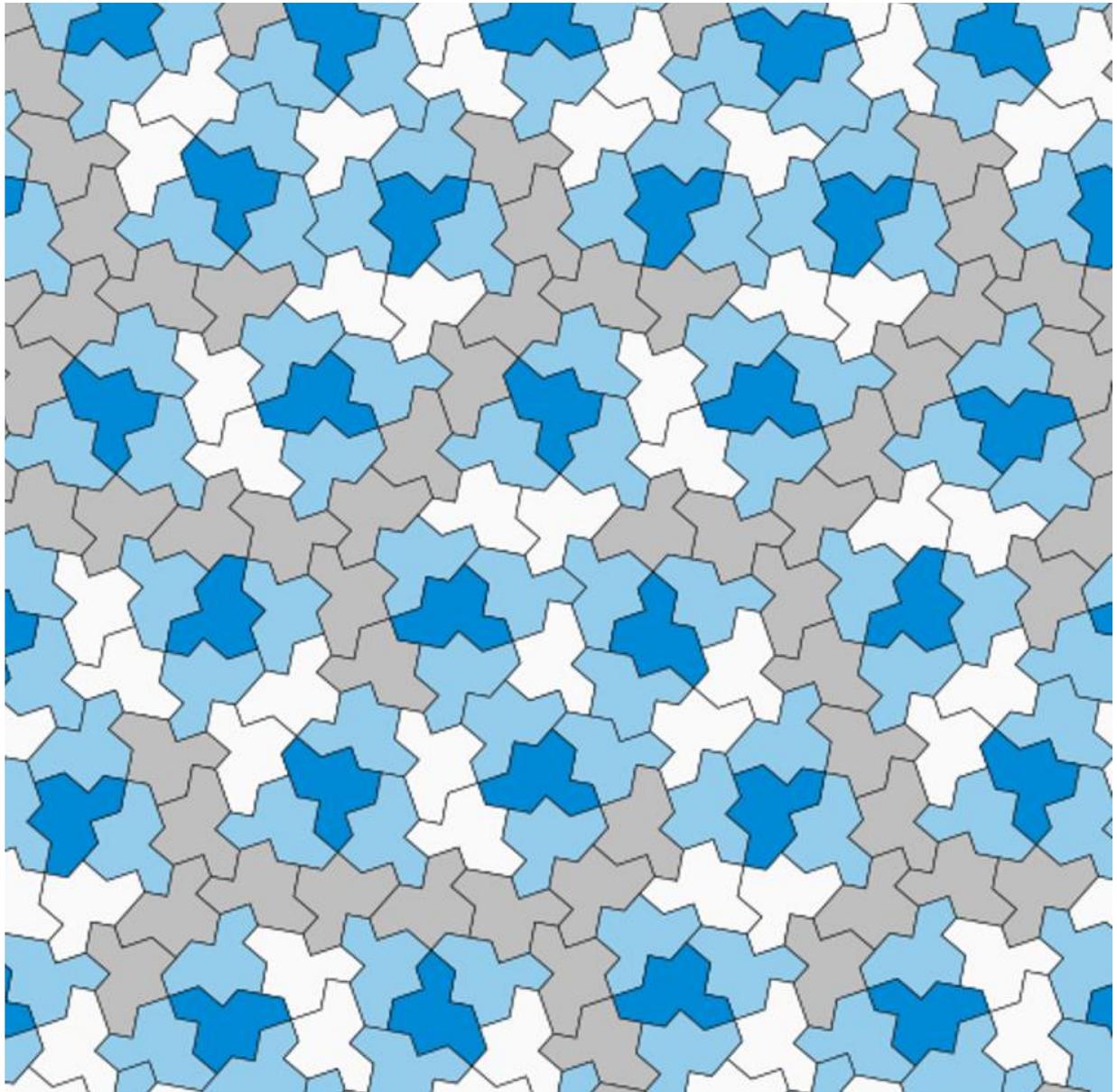
5/6 P ^{qua} ~~Ze~~
→ 1 P wegen
a.T. ungenauer
Befürdungen
(die Frage
weiter unten)
H

Unsere Korrektoren haben es schwer

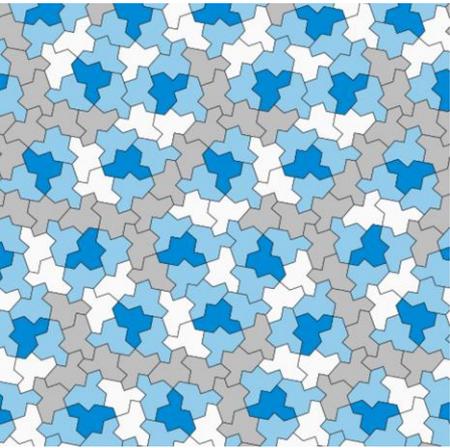
Es tut mir Leid, dass Sie so viele, teils sinnlose, Aussagen lesen mussten und dass die Seitenzahl nummerierung fehlerhaft ist.

Herzlichen Glückwunsch: Sie haben ein enormes Durchhaltevermögen





Rückblick auf die 61. Olympiade



Das Thema des Vortrags waren nicht-periodische Parkettierungen. Damals wusste man noch nicht, ob es eine Einstein-Parkettierung gibt.

Jetzt wissen wir, dass es nicht nur eine, sondern unendliche viele nicht-periodische Parkettierungen aus „einem Stein“ (und seiner Spiegelung) gibt.

Adam Ries (1492-1559)

deutscher Rechenmeister

Ein Rechenmeister erstellte Abrechnungen und kontrollierte sie im Auftrag der Stadt, des Fürsten oder der Verwaltung.



Adam Ries (1492-1559)

Ging ein Rechenmeister in den Ruhestand, schlug er meist seine Nachfolger vor und gab den Kandidaten eine Aufgabe, die sie lösen mussten.

So entstanden die Textaufgaben:

Eineinhalb Hühner legen an eineinhalb Tagen eineinhalb Eier. Wie viele Eier legt ein Huhn an einem Tag?

Die Schlacht bei Hastings

Haralds Mannen standen tapfer zusammen und bildeten 61 Quadrate mit gleich vielen Recken in jedem Quadrat.

Als Harald sich in die Schlacht warf, bildeten die Sachsen mit ihm zusammen ein einziges, mächtiges Quadrat.

$$61 \cdot x^2 + 1 = y^2$$

oder umgeformt

$$y^2 - 61 \cdot x^2 = 1 \quad (\text{Pellsche Gleichung})$$

Man findet eine Lösung durch Kettenbruchentwicklung von $\sqrt{61}$.

Die Schlacht bei Hastings

Die kleinste ganzzahlige Lösung ist

$$x = 226.153.980$$

$$y = 1.766.319.049$$

Finde eine Lösung für $y^2 - 5 \cdot x^2 = 1$

König Harald hatte also in seinem Heer
3.119.882.982.860.264.400 Ritter.

Die Rinder des Helios

1773 entdeckte Gotthold Ephraim Lessing ein Manuskript mit einem Gedicht, das angeblich Archimedes an Erathosthenes geschickt hat.

"Bist Du, oh Fremder, fleißig und weise, so berechne die Zahl der Rinder des Sonnengottes, die einst grasten auf den Feldern des tyrrhenischen Eilands Sizilien."

Homer gibt übrigens in der „Odyssee“ die Zahl der Rinder des Sonnengottes mit 350 an.

Die Rinder des Helios

In dem Gedicht werden die Verhältnisse in der Herde, es gibt Bullen und Kühe, und sie können weiß, schwarz, gefleckt oder braun sein (W, S, G, B – Bullen, w, s, g, b – Kühe).

Der Anteil der weißen Bullen entspricht beispielsweise der Hälfte plus einem Drittel der schwarzen Bullen plus der gesamten Menge aller braunen Tiere.

Die Rinder des Helios

Die Gleichungen:

$$W = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \cdot S + B$$

$$S = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) \cdot G + B$$

$$G = \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{7}\right) \cdot W + B$$

$$w = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) \cdot S + s$$

$$s = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) \cdot G + g$$

$$g = \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right) \cdot B + b$$

$$b = \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{7}\right) \cdot W + w$$

Die Gleichungen haben eine schöne Struktur.

Die Rinder des Helios

Zwei schwere Bedingungen:

$W + S$ ist eine Quadratzahl (n^2)

$G + B$ ist eine Dreieckszahl ($\frac{n(n+1)}{2}$)

Berücksichtigt man nur die zweite Bedingung, ergibt sich eine Herde von 5.916.837.175.686 Tieren.

Die Rinder des Helios

Berücksichtigt man beide Bedingungen, ergibt sich eine Pell'sche Gleichung:

$$y^2 - 410.286.423.278.424 \cdot m^2 = 1 .$$

Die Anzahl der Rinder ist dann $4.456.749 m^2$.

Diese Zahl wurde jedoch erst 1965 berechnet und 1981 veröffentlicht. Sie hat 206.545 Dezimalstellen.

Sie beginnt und endet mit

77602 71406 48681...62671 94550 81800.

Hausaufgabe

Finde eine Lösung für $y^2 - 5 \cdot x^2 = 1$

Finde alle Lösungen von $y^2 - d^2x^2 = 1$

Wo sind eigentlich die Punkte?

Urkunde

Sarah Nunnemann

Humboldt-Gymnasium
Reinickendorf

errang bei der

63. Mathematikolympiade
des Landes Berlin

in der Klassenstufe 8

einen

1. Preis



Urkunde

Sarah Nunnemann

Humboldt-Gymnasium

Reinickendorf

errang bei der

**63. Mathematikolympiade
des Landes Berlin**



Die Anzahl der erreichten Punkte
multipliziert mit 0,45 ergibt die
Länge dieser Linie in Zentimeter.

